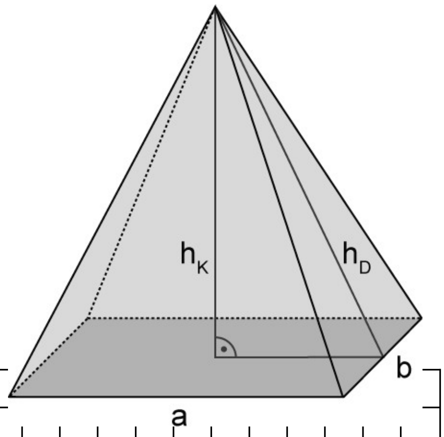
Erweiterungsniveau 10a/b

ARBEITSBLATT 1

Oberfläche und Volumen von PyramidenOberfläche und Volumen von Pyramiden



1 Das Bild zeigt eine rechteckige Pyramide mit einer Seitenlänge von a = 6 cm und b = 4 cm.

a) Kennzeichne in der Zeichnung die Grundfläche und die gleichgroßen Seitenflächen mit verschiedenen Farben.

b) Die Dreieckshöhe beträgt jeweils 7 cm.
Wie groß ist die Oberfläche der Pyramide?

geg.: $a = 6\,cm$; $b = 4\,cm$; $h_D = 7\,cm$

ges.: $O = ?$

F.: $O = G + M$

R.:

$G = a \cdot b$

$G = 6\,cm \cdot 4\,cm$

$G = 24\,cm^2$

$M_1 = 2 \cdot \left(\frac{g \cdot h_D}{2}\right)$

$M_1 = 2 \cdot \left(\frac{6\,cm \cdot 7\,cm}{2}\right)$

$M_1 = 42\,cm^2$

$M_2 = 2 \cdot \left(\frac{4\,cm \cdot 7\,cm}{2}\right)$

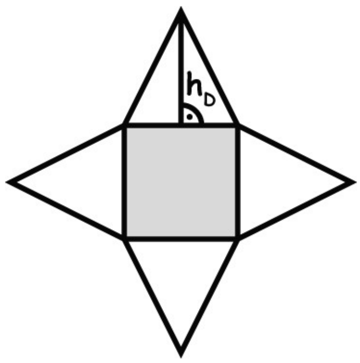
$M_1 = 28\,cm^2$

$O = 24\,cm^2 + 42\,cm^2 + 28\,cm^2$

$O = 94\,cm^2$

2 Eine Pyramide hat ein Quadrat mit einer Kantenlänge von 3 cm als Grundfläche.
Die Höhe der Pyramide ist 4,2 cm.

Skizze:



a) Skizziere ein Körpernetz der Pyramide. Kennzeichne die Grundfläche farbig.

b) Welches Maß fehlt? Kennzeichne es farbig.

c) Berechne das Volumen.

geg.: $a = 3\,cm$; $h_K = 4{,}2\,cm$

ges.: $V = ?$

F.: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

R.:

$G = a \cdot a$

$G = 3\,cm \cdot 3\,cm$

$G = 9\,cm^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot 9\,cm^2 \cdot 4{,}2\,cm$

$V = 12{,}6\,cm^3$

Literaturverzeichnis:
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015

Erweiterungsniveau 10a/b

ARBEITSBLATT 2

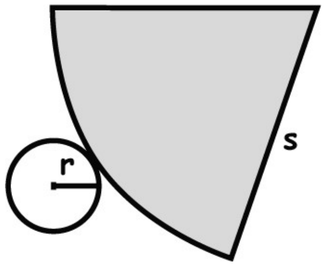
Oberfläche und Volumen von Kegeln

1 1 **a) Skizziere das Netz eines Kegels mit Maßen: Skizze:**
r = 2,5 cm, s = 3,5 cm

b) Färbe die Grundfläche und die Mantelfläche ein.

c) Berechne den Umfang der Kreisfläche.

d) Berechne die Oberfläche mit der Formel.



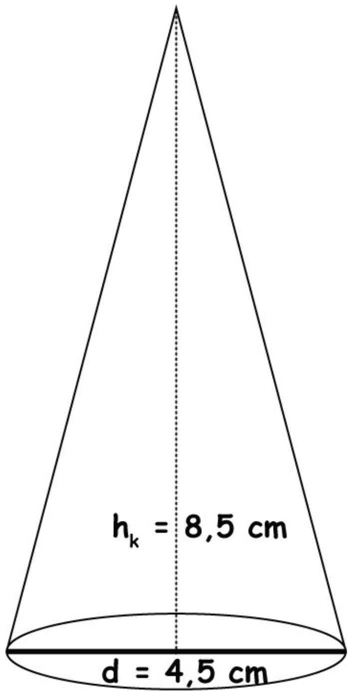
geg.:	r = 2,5 cm	ges.:	u = ?
	s = 3,5 cm		O = ?
c) F.:	$u = \pi \cdot d$		
R.:	$u = 3{,}14 \cdot 5\,cm$		
	$u = 15{,}7\,cm$		
d) F.:	$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$		
	$O = 3{,}14 \cdot (2{,}5\,cm)^2 + 3{,}14 \cdot 2{,}5\,cm \cdot 3{,}5\,cm$		
	$O = 47{,}1\,cm^3$		

2 a) Beschrifte den abgebildeten Zylinder mit den Maßen:
d = 4,5 cm, h_K = 8,5 cm

b) Färbe die Grundfläche und die Mantelfläche ein.

c) Berechne den Umfang der Kreisfläche.

d) Berechne das Volumen mit der Formel.



geg.:	d = 4,5 cm	ges.:	u = ?
	h_K = 8,5 cm		V = ?
c) F.:	$u = \pi \cdot d$		
R.:	$u = 3{,}14 \cdot 4{,}5\,cm$		
	$u = 14{,}13\,cm$		
d) F.:	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_K$		
R.:	$V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (2{,}25\,cm)^2 \cdot 8{,}5\,cm$		
	$V = 45{,}04\,cm^3$		

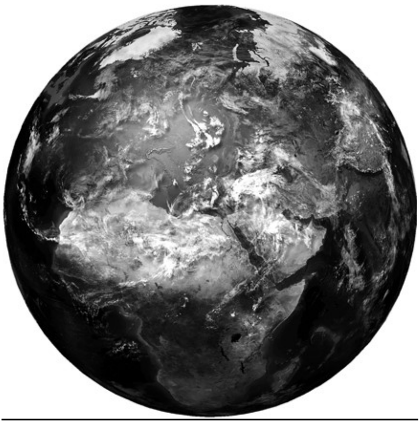
Literaturverzeichnis:
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015

Erweiterungsniveau 10a/b

ARBEITSBLATT 3

Volumen von Kugeln

1 Wie groß ist das Volumen der Erde, wenn der Erdradius 6 371 km beträgt und die Erde als kugelförmig angenommen wird?



ges.: $V = ?$

F.: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

R.: $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (6\,371\text{ km})^3$

$V = 1082657777102\text{ km}^3$

$V = 1.082.657.777.102\text{ km}^3$

2 Von jeder Kugel ist der Radius gegeben. Berechne das Volumen.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
r	3,6 cm	7,3 cm	14,6 cm	9,3 cm	5,4 cm	2,8 cm
V	**195,33 cm³**	**1628,68 cm³**	**13029,48 cm³**	**3367,57 cm³**	**659,25 cm³**	**91,91 cm³**

a)

geg.: $r = 3{,}6\text{ cm}$

ges.: $V = ?$

F.: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (3{,}6\text{ cm})^3$

$V = 195{,}33\text{ cm}^3$

b) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (7{,}3\text{ cm})^3$

$V = 1628{,}68\text{ cm}^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (14{,}6\text{ cm})^3$

$V = 13029{,}48\text{ cm}^3$

d) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (9{,}3\text{ cm})^3$

$V = 3367{,}57\text{ cm}^3$

e) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (5{,}4\text{ cm})^3$

$V = 659{,}25\text{ cm}^3$

f) $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (2{,}8\text{ cm})^3$

$V = 91{,}91\text{ cm}^3$

Literaturverzeichnis:
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015

Erweiterungsniveau 10a/b

ARBEITSBLATT 4

Zusammengesetzte Körper

Volumenberechnung zusammengesetzter Körper

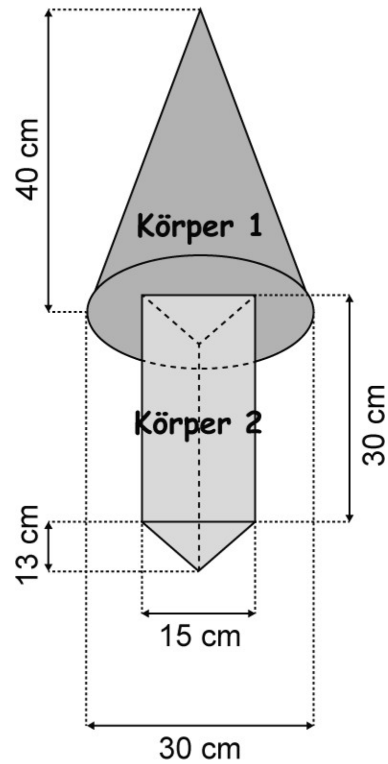
olumenberechnung zusammengesetzter Körper

a) Zerlege zuerst den Körper sinnvoll und färbe danach die Teilkörper unterschiedlich ein.

b) Notiere alle notwendigen Seitenangaben in die untere Zeichnung.

c) Berechne zuerst das Volumen der beiden Teilkörper.

d) Berechne das Gesamtvolumen.



a) **Körper 1: Kegel**

geg.: $d = 30\ cm$; $h_K = 40\ cm$ — **ges.:** $V_1 = ?$

F.: $V_1 = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_K$

R.: $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (15\ cm)^2 \cdot 40\ cm$

$V_1 = 9420\ cm^3$

Körper 2: Dreiecksprisma

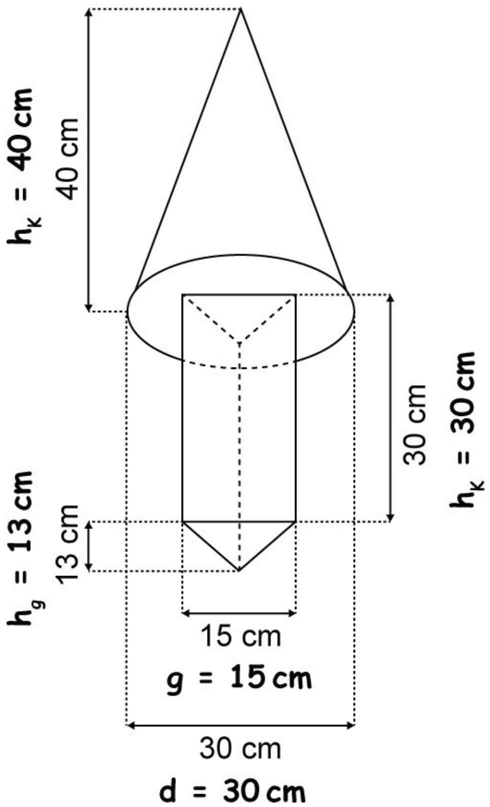
geg.: $g = 15\ cm$; $h_g = 13\ cm$; $h_K = 30\ cm$ — **ges.:** $V_2 = ?$

F.: $V_2 = G \cdot h_K$

$V_2 = \frac{g \cdot h_g}{2} \cdot h_K$

R.: $V_2 = \frac{15\ cm \cdot 13\ cm}{2} \cdot 30\ cm$

$V_2 = 2925\ cm^3$



d) Gesamtvolumen:

geg.: $V_1 = 9420\ cm^3$; $V_2 = 2925\ cm^3$ — **ges.:** $V_G = ?$

F.: $V_G = V_1 + V_2$ — **R.:** $V_G = 9420\ cm^3 + 2925\ cm^3$

Literaturverzeichnis:
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015

Erweiterungsniveau 10a/b

V_G	=	1	2	3	4	5	c	m^3

ARBEITSBLATT 5

Berechnungen an Kugeln

Berechne die fehlenden Größen der Kugel.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
r	1 cm	3 cm	**2 cm**	**~1,78 cm**	**~2,12 cm**	**1,26 cm**
d	**2 cm**	**6 cm**	4 cm	**~3,57 cm**	**~4,24 cm**	**2,52 cm**
V	**~4,19 cm³**	**~113,1 cm³**	**~33,51 cm³**	**~23,79 cm³**	40 cm³	**8,41 cm³**
A_O	**~12,57 cm²**	**~113,1 cm²**	**~50,27 cm²**	40 cm²	**~56,56 cm²**	20 cm²

2 In einer Fabrik werden Glasmurmeln hergestellt.

a) Welches Volumen hat eine Glasmurmel mit einem Radius von 10 mm?

Ein Stahlkügelchen hat ein Volumen von $\frac{4}{3}\pi\cdot(10\,\text{mm})^3 \approx 4189\,\text{mm}^3$

b) Ein Netz mit 10 Glasmurmeln wiegt 105 g.
Wie viel wiegen 2500 Murmeln?

$2500 : 10 \cdot 105\,\text{g} = 26250\,\text{g} = 26{,}25\,\text{kg}$

2500 Murmeln wiegen 26,25 kg.

3 Berechne das Volumen einer Kugel mit einem Radius von 4 cm und einer Kugel mit einem Radius von 2 cm.
Vergleiche die beiden Volumen miteinander.

$r = 4\,\text{cm}$, $V \approx 268{,}08\,\text{cm}^3$; $r = 2\,\text{cm}$, $V \approx 33{,}51\,\text{cm}^3$

Das Volumen der großen Kugel ist 8mal größer als das Volumen der kleinen Kugel.

4 Beim Sportkegeln wird mit einer Kugel gekegelt, die einen Durchmesser von 16 cm hat.

a) Wie groß ist das Volumen dieser Kugel?

$V = \frac{4}{3}\pi\cdot(8\,\text{cm})^3 \approx 2145\,\text{cm}^3$

Die Kugel hat ein Volumen von 2145 cm³.

b) Welches Volumen hat eine Kugel aus dem gleichen Material, die durch Abdrehen einer 1 cm dicken Schicht entsteht?

$V = = \frac{4}{3}\pi\cdot(7\,\text{cm})^3 \approx 1436{,}8\,\text{cm}^3$

Die Kugel hat ein Volumen von 1436,8 cm³.

Literaturverzeichnis:

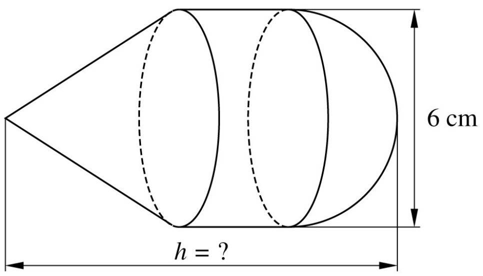
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015

Erweiterungsniveau 10a/b

ARBEITSBLATT 6

Zusammengesetzte Körper

1 Der skizzierte zusammengesetzte Körper besteht aus drei volumengleichen Körpern.
Aus welchen Grundkörpern ist der Körper zusammengesetzt?
Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers.



von links nach rechts: Kegel, Zylinder, Halbkugel

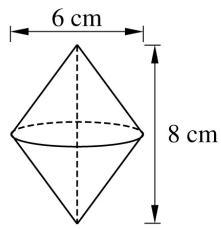
Man beginnt mit dem Volumen der Halbkugel, da zunächst nur dieses vollständig gegeben ist: $V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi(3cm)^3 = 18\pi\,cm^3$.

Wegen der Volumengleichheit gilt für den Zylinder und den Kegel

$V_{Zylinder} = V_{Kegel} = V_{Halbkugel} = 18\pi\,cm^3$

Also beträgt das Volumen des zusammengesetzten Körpers $V = 3\cdot 18\pi\,cm^3 \approx 169{,}65\,cm^3$.

2 Zwei Kegel wurden zu einem Doppelkegel zusammengesetzt.



a) Berechne das Volumen des Doppelkegels.

$V = 2\cdot(\frac{1}{3}\pi\cdot(3\,cm)^2\cdot 4\,cm) \approx 75{,}40\,cm^3$

Das Volumen des Doppelkegels beträgt rund 75,40cm³.

b) Bestimme den Oberflächeninhalt des Doppelkegels.

$O_{Doppelkegel} = 2\cdot M_{Kegel}$; $A_O = 2\cdot(\pi\cdot r\cdot s)$; $s = 5\,cm$

$A_O = 2\cdot(\pi\cdot 3\,cm\cdot 5\,cm) = 94{,}25\,cm$

Der Oberflächeninhalt des Doppelkegels beträgt 94,25 cm.

c) Berechne das Volumen eines zweimal so hohen Doppelkegels.
Vergleiche das Ergebnis mit dem aus Aufgabenteil a).

$V = 2\cdot(\frac{1}{3}\pi\cdot(3\,cm)^2\cdot 8\,cm) \approx 150{,}80\,cm^3$

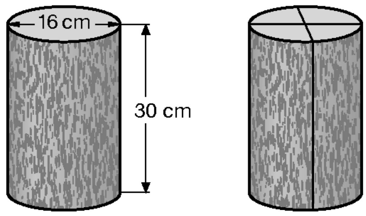
Das Volumen ist bei doppelter Höhe doppelt so groß.

Literaturverzeichnis:
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015

Erweiterungsniveau 10a/b

ARBEITSBLATT 7

Sachaufgaben zur Körperberechnung



1 Holz brennt desto schneller, je größer die Oberfläche ist.

a) Berechne die Oberfläche des abgebildeten Holzstücks.

Der Oberflächeninhalt des abgebildeten Holzstücks beträgt rund 1910,09 cm^2.

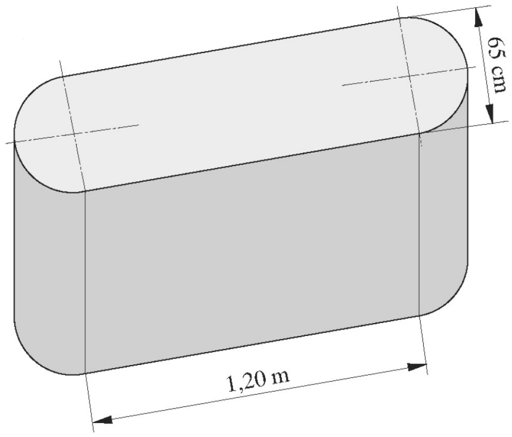
b) Durch Spalten in vier Teile vergrößert sich die Oberfläche (siehe rechte Skizze). Berechne die neue Oberfläche.

$1910{,}09\,cm^2 + 8 \cdot 8\,cm \cdot 30\,cm = 3830{,}09\,cm^2$

Der Oberflächeninhalt des gespaltenen Holzstücks beträgt rund 3830,09 cm^2.

2 Die Skizze zeigt das Schrägbild eines Öltanks mit einer Höhe von 1,80 m.

Berechne die Flüssigkeitsmenge, die aufgenommen werden kann, wenn der Tank maximal mit 90 % des Gesamtvolumens gefüllt werden darf.



2 Halbzylinder insgesamt:

$V \approx 0{,}5970\,m^3$

Quader: $V \approx 1{,}404\,m^3$

Gesamtvolumen: $V \approx 2{,}001\,m^3$

Der Tank kann eine Flüssigkeitsmenge von rund 1,8009 m^3, also 1800,9 l aufnehmen.

b) Die Außenwände des Tanks sollen gestrichen werden. Für wie viel Quadratmeter wird Farbe benötigt?

2 Halbzylinder insgesamt: $A_O \approx 4{,}34\,m^2$

Quader: $A_M \approx 5{,}88\,m^2$

Gesamtoberfläche des Öltanks: $A_O = 10{,}22\,m^2$

Eine Fläche von rund 10,22 m^2 muss gestrichen werden.

Literaturverzeichnis:
Autoren: D. Jacob, E. Jenert, M-Ledebur, E. Narten, S. Schönthaler, N. Schwind, C. Wolf,Kerstin Kälberer (Redaktion), Cornelsen Verlag, Handreichungen für den Unterricht Mathematik real Klasse 10, 2015