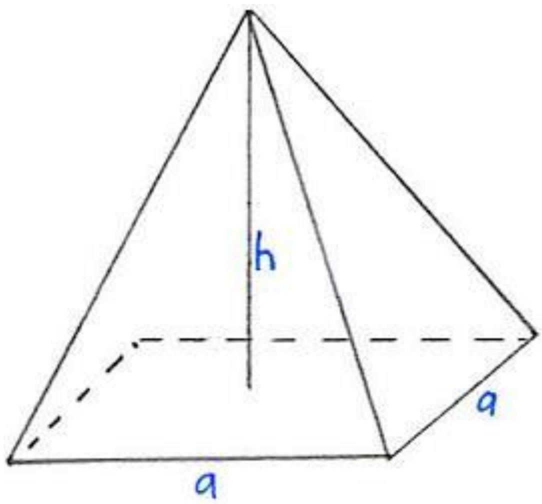
Die genannten Aufgaben für den Zeitraum 02. – 06.03.2020 sind auch in dieser Woche zu bearbeiten. Wir werden dies Aufgaben im Unterricht nur kurz wiederholend besprechen.

Buch S. 48 – 49 Prismen erkennen und berechnen

Zeitraum 09. – 13.03.2020

Pyramide Volumenberechnung

Die Volumenberechnung einer Pyramide soll in diesem Abschnitt erklärt werden. Um die Formel zur Berechnung zu verstehen, wird eine Grafik einer Pyramide mit entsprechenden Bezeichnungen benötigt. Aus diesem Grund zunächst die Grafik:



Das Volumen der Pyramide berechnet sich nach der folgenden Formel:

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

Tipp: Ihr solltet alle Angaben in Metern einsetzen, dann erhaltet ihr ein Ergebnis in Kubikmeter. Setzt ihr hingegen die Fläche in cm^2 und die Höhe in Meter ein, so erhaltet ihr ein falsches Ergebnis. Zum besseren Verständnis folgt ein Beispiel.

Beispiel 1:

Die Grundkante einer Pyramide sei 8 Meter lang. Die Pyramide ist 12 Meter hoch. Berechne das Volumen.

Lösung: Dem Text entnehmen wir die Angaben a = 8m und h = 12m ist. Diese Angaben setzen wir in die Formel zur Berechnung des Volumens einer Pyramide ein.

$$V = \frac{(8m)^2 \cdot 12m}{3}$$

$$V = 256m^3$$

TR: $8^2 \cdot 12 : 3 = 256$

Das Volumen der Pyramide beträgt somit $256m^3$.

Beispiel 2:

Eine Pyramide hat ein Volumen von $1000m^3$ und ist 18 Meter hoch. Wie lang ist eine Grundkante der Pyramide?

Lösung: Dem Text entnehmen wir die Angaben $V = 1000m^3$ und $h = 18m$. Diese Angaben setzen wir in die Formel ein und stellen diese nach der Länge einer Grundkante um.

$$1000m^3 = \frac{a^2 \cdot 18m}{3}$$
$$3000m^3 = a^2 \cdot 18m$$
$$166,67m^2 = a^2$$
$$a = 12,91m$$

Arbeitsschritte:

| ▪ 3

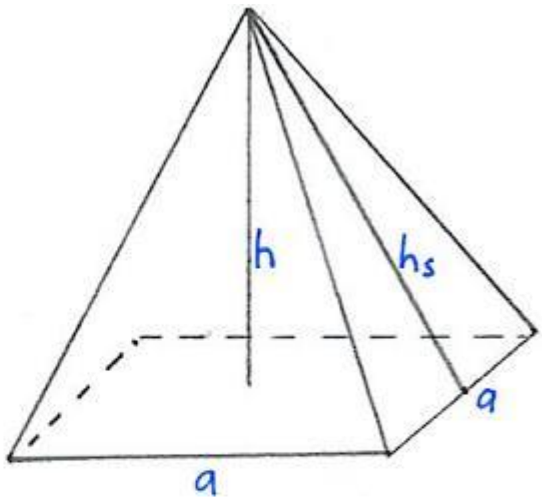
|: 18

| √

Die Grundkante der Pyramide ist 12,91m lang.

Pyramide Oberfläche berechnen

Die Oberflächenberechnung einer Pyramide soll in diesem Abschnitt erklärt werden. Um die Formel zur Berechnung zu verstehen, wird eine Grafik einer Pyramide mit entsprechenden Bezeichnungen benötigt. Aus diesem Grund zunächst die Grafik:



Es gibt mehrere Möglichkeiten die Oberfläche einer Pyramide zu berechnen. Es folgen einige Formeln dazu. Wofür die einzelnen Variablen stehen, lässt sich aus der Grafik entnehmen. Die fehlenden Angaben sind A_O = O = Oberfläche der Pyramide, A_G = G = Grundfläche der Pyramide, A_M = M = Mantelfläche der Pyramide.

O, G, M = entsprechende Bezeichnungen des Mathematikbuches

$$A_O = a \cdot (a + 2 \cdot h_s)$$
$$A_O = A_G + A_M$$
$$A_O = a^2 + \frac{4 \cdot a \cdot h_s}{2}$$
$$A_O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$$

Tipp: Ihr solltet alle Angaben in Metern einsetzen, dann erhaltet ihr ein Ergebnis in Quadratmeter.

Beispiel:

Die Grundkante hat eine Länge von 4 Metern. Die Seitenhöhe beträgt 5 Meter. Wie groß ist die Oberfläche der Pyramide?

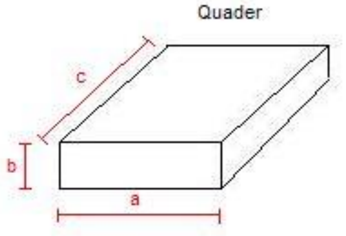
Lösung: Dem Text entnehmen wir die Angaben a = 4m und h_s = 5m. Diese Angaben setzen wir in die Formel ein:

$$A_O = a \cdot (a + 2 \cdot h_s)$$
$$A_O = 4m \cdot (4m + 2 \cdot 5m)$$
$$A_O = 4m \cdot (14m)$$
$$A_O = 56m^2$$

Die Pyramide hat somit eine Oberfläche von $56m^2$.

Quader: Volumen und Oberfläche

Beginnen wir mit dem Quader. Die folgende Grafik zeigt, wie dieser Körper aussieht.



Volumen des Quaders:

Formel:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

- "V" ist das Volumen des Quaders
- "a" ist die Länge des Quaders
- "b" ist die Breite des Quaders
- "c" ist die Tiefe des Quaders

Beispiel: a = 4 cm, b = 3 cm, c = 2 cm

Lösung:

$$a = 4\,cm$$

$$b = 3\,cm$$

$$c = 2\,cm$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4\,cm \cdot 3\,cm \cdot 2\,cm$$

$$V = 24\,cm^3$$

Oberfläche des Quaders:

Formel:

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

- "O" ist die Oberfläche des Quaders
- "a" ist die Länge des Quaders
- "b" ist die Breite des Quaders
- "c" ist die Tiefe des Quaders

Beispiel: a = 2 cm, b = 4 cm, c = 6 cm

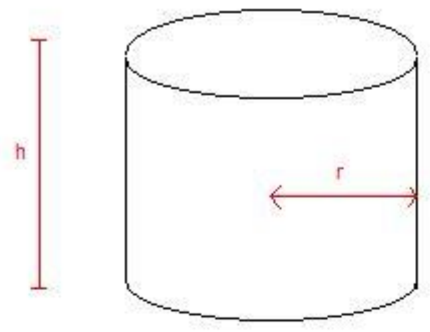
Lösung:

$$a = 2\,cm$$
$$b = 4\,cm$$
$$c = 6\,cm$$
$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$
$$O = 2 \cdot (2\,cm \cdot 4\,cm + 4\,cm \cdot 6\,cm + 2\,cm \cdot 6\,cm)$$
$$O = 2 \cdot (44\,cm^2)$$
$$O = 88\,cm^2$$

Anzeigen:

Zylinder: Volumen

Beschäftigen wir uns mit einem Zylinder und dessen Volumen. Doch zunächst auch hier erst einmal eine Grafik.



Volumen Zylinder:

Formel:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

- "V" ist das Volumen des Zylinder
- "π" ist die Kreiszahl (3,14159)
- "r" ist der Radius des Zylinder
- "h" ist die Höhe des Zylinder

Beispiel: r = 5 cm, h = 10 cm

Lösung:

$$r = 5\,cm$$
$$h = 10\,cm$$
$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$V = \pi \cdot (5\,cm)^2 \cdot 10\,cm$$
$$V = \pi \cdot 25\,cm^2 \cdot 10\,cm$$
$$V = \pi \cdot 250\,cm^3$$
$$V \approx 785,398\,cm^3$$

Oberfläche Zylinder:

Formel:

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

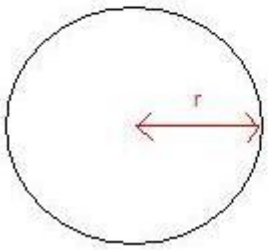
Beispiel: r = 5 cm, h = 8 cm

Lösung:

$$r = 5\,cm$$
$$h = 8\,cm$$
$$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$
$$O = 2 \cdot \pi \cdot (5\,cm)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5\,cm \cdot 8\,cm$$
$$O \approx 157,0796\,cm^2 + 251,327\,cm^2$$
$$O \approx 408,407 cm^2$$

Kugel: Oberfläche und Volumen

Kommen wir nun zur Oberfläche und Volumen einer Kugel. Zunächst erneut eine Grafik:



Volumen einer Kugel

Formel:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

- "V" ist das Volumen der Kugel
- "π" ist die Kreiszahl (3,14159)
- "r" ist der Radius der Kugel

Beispiel: r = 2 cm

Lösung:

$$r = 2\,cm$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (2\,cm)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8cm^3$$

$$V \approx 33,51\,cm^3$$

Oberfläche einer Kugel

Formel:

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

- "O" ist die Oberfläche der Kugel
- "π" ist die Kreiszahl (3,14159)
- "r" ist der Radius der Kugel

Beispiel: r = 2 cm

Lösung:

$$r = 2\,cm$$
$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$
$$O = 4 \cdot \pi \cdot (2\,cm)^2$$
$$O = 4 \cdot \pi \cdot 4\,cm^2$$
$$O \approx 50,265\,cm^2$$